

# Průběh funkce

10. cvičení

Matematika 1, NMMA701, Ondřej Bouchala

## Teorie:

### DEFINICE

**Vyšetřit průběh funkce** znamená:

- I. Určit definiční obor.
- II. Provést diskuzi spojitosti (případně až s použitím derivací).
- III. Nalézt průsečíky s osami (existují-li), zjistit, zdali je funkce symetrická (lichá, sudá, periodická).
- IV. Dopočítat limity v „krajních bodech definičního oboru“.
- V. Spočítat první derivaci (i s jejím definičním oborem), určit intervaly monotonie.
- VI. Nalézt lokální (a globální) extrém, určit obor hodnot.
- VII. Spočítat druhou derivaci (i s jejím definičním oborem), určit intervaly, kde je funkce konvexní nebo konkávní. Určit inflexní body.
- VIII. Rozhodnout, má-li funkce nějaké asymptoty, případně je spočítat.
- IX. Na základě zjištěných poznatků načrtnout graf funkce.

### VĚTA (O inflexních bodech)

Nechť  $a \in \mathbb{R}$ . Pokud  $f''(a)$  existuje a je nenulová, pak  $a$  není inflexním bodem funkce  $f$ .

Nechť  $l, a, p \in \mathbb{R}$ ,  $l < a < p$ . Nechť má funkce  $f$  spojitou první derivaci na intervalu  $(l, p)$ . Nechť platí, že

- $[\forall x \in (l, a): f''(x) < 0]$  a  $[\forall x \in (a, p): f''(x) > 0]$ , nebo
- $[\forall x \in (l, a): f''(x) > 0]$  a  $[\forall x \in (a, p): f''(x) < 0]$ .

Pak je  $a$  inflexním bodem funkce  $f$ .

### VĚTA

$$\left[ \lim_{x \rightarrow \pm\infty} (f(x) - (a \cdot x + b)) = 0 \right] \Leftrightarrow \left[ \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{f(x)}{x} = a \in \mathbb{R} \wedge \lim_{x \rightarrow \pm\infty} (f(x) - a \cdot x) = q \in \mathbb{R} \right]$$

## Příklady:

1. Vyšetřete průběh funkce  $\log(|e^{2x} + e^x - 2|)$ .

2. Vyšetřete průběhy funkcí:

a)  $\frac{2x}{1-x^2}$

b)  $x\sqrt{1-x^2}$

c)  $\sin x + \cos^2 x$

d)  $\arcsin(\cos^2 x)$

e)  $e^{-x^2+3x-7}$

f)  $\arccos\left(\frac{2x}{1+x^2}\right)$